

A **Gauss-elimináció** egy eljárás, amivel megtalálhatjuk egy lineáris egyenletrendszer megoldásait, meghatározhatjuk egy mátrix rangját.

Az eljárás során először a kibővített együtthatómátrixot elemi sorkvivalens átalakítások felhasználásával lépcsős alakúra hozzuk, majd a második lépésben redukált lépcsős alakra redukáljuk.

Tartalomjegyzék

- 1 Az eljárás leírása
- 2 Példák
 - ♦ 2.1 1.
 - ♦ 2.2 2.
- 3 Linkek

Az eljárás leírása

A lineáris egyenletrendszereket rendezhetjük úgy, hogy az egyenlőség jobb oldalára írjuk a konstansokat, a bal oldalára pedig rögzített sorrendben az ismeretleneket és az együtthatókat. Ha ezeket az együtthatókat és konstansokat táblázatba rendezzük, akkor kapjuk a *kibővített együtthatómátrixot*. A kibővített együtthatómátrix akkor *lépcsős alakú*, ha minden sor az első nemnulla eleme 1 (vezéregyes), valamint bármely vezéregyes alatt csak tőle jobbra lévő oszlopban vannak vezéregyesek. A *redukált lépcsős alak* az olyan lépcsős alak amiben minden vezéregyes az egyetlen nemnulla elem az oszlopában.

A lineáris egyenletrendszer megoldásait nem változtatják meg az *elemi sorkvivalens átalakítások*:

- Sorok felcserélése
- Egy sor elemeinek nullától különböző számmal történő végigszorozása
- Egy sor konstansszorosának másikkhoz való elemenkénti hozzáadása

Példák

1.

Lineáris egyenletrendszer

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ -3x - y + 2z &= -11 \\ -2x + y + 2z &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z &= 1 \\ -2x + y + 2z &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z &= 1 \\ 2y + z &= 5 \end{aligned}$$

Kibővített együtthatómátrix

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ -3 & -1 & 2 & -11 \\ -2 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ -2 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z &= 1 \\ -z &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z &= 1 \\ z &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ y &= 3 \\ z &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= 3 \\ z &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -8 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

1. $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2$

2. $x_1 + x_2 + x_3 = 2$

3. $3x_1 + 3x_2 + x_3 = 0$

Gauss-elimináció

Az együtthatómátrix:

[1]

Az eljárás:

[2]

Linkek

- [Gaussian elimination](#) szócikk az angol wikipediáról
- [Lineáris egyenletrendszerek](#) Fleiner Tamás bsz1 jegyzete