

## Öröklés

Egy gazdag arisztokrata elhalálozik, és a következő hagyatékokat hagyva:

- Egy Monet festmény: 25000\$
- Diocletian egy mellszobra: 5000\$
- Egy Yuan dinasztiából származó kínai váza: 20000\$
- Egy 911-es Porsche: 40000\$
- Három gyémánt, mindegyik 12000\$
- Egy XV. Lajos korabeli kanapé: 3000\$
- Két gyönyörű "http://wiki.math.bme.hu Jack Russell versenykutya: mindketto" http://wiki.math.bme.hu 3000\$ (a végrendelet szerint nem választhatók szét)
- Egy i.sz. 200 előtti szobor: 10000\$
- Egy vitorláshajó: 15000\$
- Egy Harley Davidson motor: 10000\$
- Egy bútordarab, ami egyszer Cavour tulajdonában volt: 13000\$,

amelyeket el kell osztani a két fia között. Melyik elosztás minimalizálja a két örökség különbségét?

## Vállalatelhelyezés

Egy vállalat szeretné úgy kiválasztani a telephelyét hogy a környező városok mind közel legyenek hozzá. A közelség alatt sokmindent érthetünk de fogalmazzunk meg két feladatot:

- a cél a maximális távolság minimalizálása
- a cél az össztávolság minimalizálása súlyozva a városok méretével.

Az alábbi adatok alapján határozzuk meg a fenti célok szerinti optimális várost a vállalat számára.

A városok koordinátái:

|    | x1   | x2   | méret | Város     |
|----|------|------|-------|-----------|
| 1  | 28   | 74   | 50000 | [Milano]  |
| 2  | 49   | 42   | 50000 | [Roma]    |
| 3  | 14.5 | 72   | 30000 | [Torino]  |
| 4  | 23.5 | 66.5 | 25000 | [Genova]  |
| 5  | 33   | 65   | 10000 | [Parma]   |
| 6  | 40   | 64.5 | 15000 | [Bologna] |
| 7  | 40   | 56.5 | 15000 | [Firenza] |
| 8  | 46   | 72   | 10000 | [Venezia] |
| 9  | 59.5 | 37.5 | 15000 | [Napoli]  |
| 10 | 56.5 | 76   | 10000 | [Trieste] |
| 11 | 80   | 39   | 5000  | [Bari]    |
| 12 | 54   | 15   | 5000  | [Palermo] |
| 13 | 36.5 | 73.5 | 8000  | [Verona]  |
| 14 | 37   | 78   | 3000  | [Trento]  |
| 15 | 42   | 75   | 7000  | [Padova]  |
| 16 | 27.5 | 71   | 500   | [Pavia]   |
| 17 | 31.5 | 80.5 | 300   | [Sondrio] |
| 18 | 20.5 | 73.5 | 500   | [Novara]  |

## OptMod-2017/Gyakorlat10

19 25 77 200 [Como]  
20 30.5 63 200 [LaSpezia]  
21 33.5 57.5 100 [Pisa]  
22 35.5 59.5 100 [Lucca]  
23 52 60 30 [Fano]  
24 19 65 50 [Savona]  
25 48.5 63 300 [Pesaro]  
26 47 52.5 300 [Perugia]  
27 69.5 41 25 [Foggia]  
28 65.5 34.5 2 [Salerno]  
29 21.5 25.5 5000 [Cagliari]  
30 17.5 37 15 [Sassari]  
31 67 12 8 [Catania]  
32 68 7 4 [Siracusa]  
33 42.5 70 40 [Ferrara]  
34 30 68 6 [Piacenza]  
35 40 53.5 30 [Siena]  
36 39 50 15 [Grosseto]  
37 56.5 56.5 4000 [Ancona]  
38 46.5 45.5 2 [Viterbo]  
39 56 44 2 [Avezzano]

### Távolságmátrix:

|    | 1   | 2  | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  | 21  | 22  | 23  | 24  | 25  | 26 | 27  | 28  | 29  | 30  | 31  | 32  | 33 | 34 | 35 |
|----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|
| 1  | 0   | 59 | 15  | 12  | 9   | 15  | 28  | 34  | 70  | 43  | 98  | 136 | 20  | 24  | 25  | 8   | 3   | 4   | 9   | 15  | 21  | 18  | 35  | 24  | 30  | 54 | 87  | 92  | 95  | 110 | 143 | 145 | 20 |    |    |
| 2  | 59  | 0  | 66  | 47  | 60  | 66  | 31  | 85  | 11  | 94  | 53  | 77  | 71  | 75  | 76  | 51  | 62  | 55  | 60  | 44  | 46  | 41  | 47  | 59  | 52  | 28 | 64  | 33  | 36  | 51  | 84  | 86  | 7  |    |    |
| 3  | 15  | 66 | 0   | 19  | 24  | 30  | 35  | 49  | 77  | 58  | 113 | 143 | 35  | 39  | 40  | 15  | 18  | 11  | 9   | 22  | 28  | 25  | 50  | 14  | 45  | 69 | 102 | 99  | 102 | 117 | 150 |     |    |    |    |
| 4  | 12  | 47 | 19  | 0   | 13  | 19  | 16  | 38  | 58  | 47  | 100 | 124 | 24  | 28  | 29  | 4   | 15  | 8   | 13  | 3   | 9   | 6   | 39  | 12  | 34  | 58 | 91  | 80  | 83  | 98  | 131 | 133 | 24 |    |    |
| 5  | 9   | 60 | 24  | 13  | 0   | 6   | 29  | 25  | 71  | 34  | 89  | 137 | 11  | 15  | 16  | 9   | 12  | 13  | 18  | 16  | 22  | 19  | 26  | 25  | 21  | 45 | 78  | 93  | 96  | 111 | 144 | 146 |    |    |    |
| 6  | 15  | 66 | 30  | 19  | 6   | 0   | 35  | 19  | 77  | 28  | 83  | 143 | 16  | 20  | 10  | 15  | 18  | 19  | 24  | 22  | 28  | 25  | 20  | 31  | 15  | 39 | 72  | 99  | 102 | 117 | 150 | 1   |    |    |    |
| 7  | 28  | 31 | 35  | 16  | 29  | 35  | 0   | 54  | 42  | 63  | 84  | 108 | 40  | 44  | 45  | 20  | 31  | 24  | 29  | 13  | 15  | 10  | 55  | 28  | 50  | 59 | 95  | 64  | 67  | 82  | 115 | 11  |    |    |    |
| 8  | 34  | 85 | 49  | 38  | 25  | 19  | 54  | 0   | 96  | 9   | 102 | 162 | 15  | 19  | 9   | 34  | 37  | 38  | 43  | 41  | 47  | 44  | 39  | 50  | 34  | 58 | 91  | 118 | 121 | 136 | 169 |     |    |    |    |
| 9  | 70  | 11 | 77  | 58  | 71  | 77  | 42  | 96  | 0   | 105 | 42  | 66  | 82  | 86  | 87  | 62  | 73  | 66  | 71  | 55  | 57  | 52  | 58  | 70  | 63  | 39 | 53  | 22  | 47  | 62  | 73  | 75  |    |    |    |
| 10 | 43  | 94 | 58  | 47  | 34  | 28  | 63  | 9   | 105 | 0   | 111 | 171 | 24  | 28  | 18  | 43  | 46  | 47  | 52  | 50  | 56  | 53  | 48  | 59  | 43  | 67 | 100 | 127 | 130 | 145 |     |     |    |    |    |
| 11 | 98  | 53 | 113 | 100 | 89  | 83  | 84  | 102 | 42  | 111 | 0   | 108 | 99  | 103 | 93  | 98  | 101 | 102 | 107 | 97  | 99  | 94  | 63  | 112 | 68  | 73 | 11  | 20  | 89  |     |     |     |    |    |    |
| 12 | 136 | 77 | 143 | 124 | 137 | 143 | 108 | 162 | 66  | 171 | 108 | 0   | 148 | 152 | 153 | 128 | 139 | 132 | 137 | 121 | 123 | 118 | 124 | 136 | 129 |    |     |     |     |     |     |     |    |    |    |
| 13 | 20  | 71 | 35  | 24  | 11  | 16  | 40  | 15  | 82  | 24  | 99  | 148 | 0   | 4   | 6   | 20  | 23  | 24  | 29  | 27  | 33  | 30  | 36  | 36  | 31  | 55 | 88  | 104 | 107 | 122 | 155 |     |    |    |    |
| 14 | 24  | 75 | 39  | 28  | 15  | 20  | 44  | 19  | 86  | 28  | 103 | 152 | 4   | 0   | 10  | 24  | 27  | 28  | 33  | 31  | 37  | 34  | 40  | 40  | 35  | 59 | 92  | 108 | 111 | 126 | 15  |     |    |    |    |
| 15 | 25  | 76 | 40  | 29  | 16  | 10  | 45  | 9   | 87  | 18  | 93  | 153 | 6   | 10  | 0   | 25  | 28  | 29  | 34  | 32  | 38  | 35  | 30  | 41  | 25  | 49 | 82  | 109 | 112 | 127 | 160 |     |    |    |    |
| 16 | 8   | 51 | 15  | 4   | 9   | 15  | 20  | 34  | 62  | 43  | 98  | 128 | 20  | 24  | 25  | 0   | 11  | 4   | 9   | 7   | 13  | 10  | 35  | 16  | 30  | 54 | 87  | 84  | 87  | 102 | 135 | 137 | 20 |    |    |
| 17 | 3   | 62 | 18  | 15  | 12  | 18  | 31  | 37  | 73  | 46  | 101 | 139 | 23  | 27  | 28  | 11  | 0   | 7   | 12  | 18  | 24  | 21  | 38  | 27  | 33  | 57 | 90  | 95  | 98  | 113 | 146 | 1   |    |    |    |
| 18 | 4   | 55 | 11  | 8   | 13  | 19  | 24  | 38  | 66  | 47  | 102 | 132 | 24  | 28  | 29  | 4   | 7   | 0   | 5   | 11  | 17  | 14  | 39  | 20  | 34  | 58 | 91  | 88  | 91  | 106 | 139 | 141 |    |    |    |
| 19 | 9   | 60 | 9   | 13  | 18  | 24  | 29  | 43  | 71  | 52  | 107 | 137 | 29  | 33  | 34  | 9   | 12  | 5   | 0   | 16  | 22  | 19  | 44  | 23  | 39  | 63 | 96  | 93  | 96  | 111 | 144 | 146 |    |    |    |
| 20 | 15  | 44 | 22  | 3   | 16  | 22  | 13  | 41  | 55  | 50  | 97  | 121 | 27  | 31  | 32  | 7   | 18  | 11  | 16  | 0   | 6   | 3   | 42  | 15  | 37  | 61 | 94  | 77  | 80  | 95  | 128 | 130 | 2  |    |    |
| 21 | 21  | 46 | 28  | 9   | 22  | 28  | 15  | 47  | 57  | 56  | 99  | 123 | 33  | 37  | 38  | 13  | 24  | 17  | 22  | 6   | 0   | 5   | 48  | 21  | 43  | 67 | 100 | 79  | 82  | 97  | 130 | 132 |    |    |    |
| 22 | 18  | 41 | 25  | 6   | 19  | 25  | 10  | 44  | 52  | 53  | 94  | 118 | 30  | 34  | 35  | 10  | 21  | 14  | 19  | 3   | 5   | 0   | 45  | 18  | 40  | 64 | 97  | 74  | 77  | 92  | 125 | 127 |    |    |    |
| 23 | 35  | 47 | 50  | 39  | 26  | 20  | 55  | 39  | 58  | 48  | 63  | 124 | 36  | 40  | 30  | 35  | 38  | 39  | 44  | 42  | 48  | 45  | 0   | 51  | 5   | 19 | 52  | 80  | 83  | 98  | 131 | 13  |    |    |    |
| 24 | 24  | 59 | 14  | 12  | 25  | 31  | 28  | 50  | 70  | 59  | 112 | 136 | 36  | 40  | 41  | 16  | 27  | 20  | 23  | 15  | 21  | 18  | 51  | 0   | 46  | 70 | 103 | 92  | 95  | 110 | 14  |     |    |    |    |
| 25 | 30  | 52 | 45  | 34  | 21  | 15  | 50  | 34  | 63  | 43  | 68  | 129 | 31  | 35  | 25  | 30  | 33  | 34  | 39  | 37  | 43  | 40  | 5   | 46  | 0   | 24 | 57  | 85  | 88  | 103 | 136 | 1   |    |    |    |
| 26 | 54  | 28 | 69  | 58  | 45  | 39  | 59  | 58  | 39  | 67  | 73  | 105 | 55  | 59  | 49  | 54  | 57  | 58  | 63  | 61  | 67  | 64  | 19  | 70  | 24  | 0  | 62  | 61  | 64  | 79  | 112 | 1   |    |    |    |
| 27 | 87  | 64 | 102 | 91  | 78  | 72  | 95  | 91  | 53  | 100 | 11  | 119 | 88  | 92  | 82  | 87  | 90  | 91  | 96  | 94  | 100 | 97  | 52  | 103 | 57  | 62 | 0   | 31  | 100 | 115 |     |     |    |    |    |
| 28 | 92  | 33 | 99  | 80  | 93  | 99  | 64  | 118 | 22  | 127 | 20  | 88  | 104 | 108 | 109 | 84  | 95  | 88  | 93  | 77  | 79  | 74  | 80  | 92  | 85  | 61 | 31  | 0   | 69  | 84  | 9   |     |    |    |    |
| 29 | 95  | 36 | 102 | 83  | 96  | 102 | 67  | 121 | 47  | 130 | 89  | 113 | 107 | 111 | 112 | 87  | 98  | 91  | 96  | 80  | 82  | 77  | 83  | 95  | 88  | 64 | 100 | 69  | 0   |     |     |     |    |    |    |
| 30 | 110 | 51 | 117 | 98  | 111 | 117 | 82  | 136 | 62  | 145 | 104 | 128 | 122 | 126 | 127 | 102 | 113 | 106 | 111 | 95  | 97  | 92  | 98  | 110 | 103 | 79 |     |     |     |     |     |     |    |    |    |
| 31 | 143 | 84 | 150 | 131 | 144 | 150 | 115 | 169 | 73  | 178 | 115 | 7   | 155 | 159 | 160 | 135 | 146 | 139 | 144 | 128 | 130 | 125 | 131 | 143 | 136 |    |     |     |     |     |     |     |    |    |    |
| 32 | 145 | 86 | 152 | 133 | 146 | 152 | 117 | 171 | 75  | 180 | 117 | 9   | 157 | 161 | 162 | 137 | 148 | 141 | 146 | 130 | 132 | 127 | 133 | 145 | 138 |    |     |     |     |     |     |     |    |    |    |
| 33 | 20  | 71 | 35  | 24  | 11  | 5   | 40  | 14  | 82  | 23  | 88  | 148 | 11  | 15  | 5   | 20  | 23  | 24  | 29  | 27  | 33  | 30  | 25  | 36  | 20  | 44 | 77  | 104 | 107 | 122 | 155 |     |    |    |    |
| 34 | 4   | 55 | 19  | 8   | 5   | 11  | 24  | 30  | 66  | 39  | 94  | 132 | 16  | 20  | 21  | 4   | 7   | 8   | 13  | 11  | 17  | 14  | 31  | 20  | 26  | 50 | 83  | 88  | 91  | 106 | 139 | 141 | 1  |    |    |
| 35 | 33  | 26 | 40  | 21  | 34  | 40  | 5   | 59  | 37  | 68  | 79  | 103 | 45  | 49  | 50  | 25  | 36  | 29  | 34  | 18  | 20  | 15  | 60  | 33  | 55  | 54 | 90  | 59  | 62  | 77  | 110 | 1   |    |    |    |
| 36 | 39  | 20 | 46  | 27  | 40  | 46  | 11  | 65  | 31  | 74  | 73  | 97  | 51  | 55  | 56  | 31  | 42  | 35  | 40  | 24  | 26  | 21  | 66  | 39  | 61  | 48 | 84  | 53  | 56  | 71  | 104 | 1   |    |    |    |
| 37 | 41  | 44 | 56  | 45  | 32  | 26  | 61  | 45  | 55  | 54  | 57  | 121 | 42  | 46  | 36  | 41  | 44  | 45  | 50  | 48  | 54  | 51  | 6   | 57  | 11  | 16 | 46  | 77  | 80  | 95  | 128 | 1   |    |    |    |
| 38 | 49  | 10 | 56  | 37  | 50  | 56  | 21  | 75  | 21  | 84  | 63  | 87  | 61  | 65  | 66  | 41  | 52  | 45  | 50  | 34  | 36  | 31  | 57  | 49  | 62  | 38 | 74  | 43  | 46  | 61  | 94  | 96  |    |    |    |

## DNS

### Hasonló sorozatok helytakarékos tárolása

A DNS-ek feltérképezésének egyik praktikus problémája a hosszú egymástól nem sokban különböz? azonos hosszúságú DNS-ek praktikus tárolása. Most egy egyszer?sítsük a problémát bináris sorozatok esetére. Két sorozat között definiált a Hamming-távolság:  $\sum(i) |a_i - b_i|$ , azaz azon bitek száma amelyeket át kell billenteni hogy megkapjuk a másik sorozatot. Amíg a Hamming-távolságok nem túl nagyok, érdemes egyetlen sorozatot eltárolni illetve a különbségeket amivel a többi sorozat felírható. Magyarázd el, hogyan lehet ezt minimális feszít?fa keresésével megoldani, illetve add meg a megoldást Excel vagy AMPL segítségével (AMPL el?nyben)!

A sorozatok:

1. 011100011101
2. 101101011001
3. 110100111001
4. 101001111101
5. 100100111101
6. 010101011100