A **Gauss-elimináció** egy eljárás, amivel megtalálhatjuk egy lineáris egyenletrendszer megoldásait, meghatározhatjuk egy mátrix rangját.

Az eljárás során el?ször a kib?vített együtthatómátrixot elemi sorekvivalens átalakítások felhasználásával lépcs?s alakúra hozzuk, majd a második lépésben redukált lépcs?s alakra redukáljuk.

# Tartalomjegyzék



# Az eljárás leírása

A lineáris egyenletrendszereket rendezhetjük úgy, hogy az egyenl?ség jobb oldalára írjuk a konstansokat, a bal oldalára pedig rögzített sorrendben az ismeretleneket és az együtthatókat. Ha ezeket az együtthatókat és konstansokat táblázatba rendezzük, akkor kapjuk a *kib?vített együtthatómátrixot*. A kib?vített együtthatómátrix akkor *lépcs?s alakú*, ha minden sor az els? nemnulla eleme 1 (vezéregyes), valamint bármely vezéregyes alatt csak t?le jobbra lév? oszlopban vannak vezéregyesek. A *redukált lépcs?s alak* az olyan lépcs?s alak amiben minden vezéregyes az egyetlen nemnulla elem az oszlopában.

A lineáris egyenletrendszer megoldásait nem változtatják meg az *elemi sorekvivalens átalakítások*:

- Sorok felcserélése
- Egy sor elemeinek nullától különböz? számmal történ? végigszorzása
- Egy sor konstansszorosának másikhoz való elemenkénti hozzáadása

# Példák

## 1.

| **Lineáris egyenletrendszer** | **Kib?vített együtthatómátrix** |
|---|---|
| $\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ -3x - y + 2z &= -11 \\ -2x + y + 2z &= -3 \end{aligned}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ -3 & -1 & 2 & -11 \\ -2 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ |
| $\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ \tfrac{1}{2}y + \tfrac{1}{2}z &= 1 \\ -2x + y + 2z &= -3 \end{aligned}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ -2 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ |
| $\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ \tfrac{1}{2}y + \tfrac{1}{2}z &= 1 \\ 2y + z &= 5 \end{aligned}$ | $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ |

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ \tfrac{1}{2}y + \tfrac{1}{2}z &= 1 \\ -z &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ \tfrac{1}{2}y + \tfrac{1}{2}z &= 1 \\ z &= -1 \end{aligned} \qquad \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 8 \\ y &= 3 \\ z &= -1 \end{aligned} \qquad \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= 3 \\ z &= -1 \end{aligned} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

**2.**

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -8 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

---

1. $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2$
2. $x_1 + x_2 + x_3 = 2$
3. $3x_1 + 3x_2 + x_3 = 0$

Az együtthatómátrix:

[1]

Az eljárás:

[2]

# Linkek

- Gaussian elimination szócikk az angol wikipediáról
- Lineáris egyenletrendszerek Fleiner Tamás bsz1 jegyzete