

Ez az szócikk a Haladó szintre hozó szócikk alszócikke.

Tartalomjegyzék

- 1 Kijelentéslogika
- 2 Halmazok
- 3 Halmazok
Boole-algebrája
- 4 Egyéb

Kijelentéslogika

1. Igazoljuk igazságtáblázattal, hogy a következők kijelentések mindig igazak:

- a) $p \Rightarrow (p \vee q), q \Rightarrow (p \vee q)$ (a "http://wiki.math.bme.hu" "http://wiki.math.bme.hu" alaptulajdonsága)
- b) $(p \wedge (\neg p)) \Rightarrow q$ (a "http://wiki.math.bme.hu" "http://wiki.math.bme.hu" minden következik)
- c) $q \Rightarrow (p \vee (\neg p))$ (az "http://wiki.math.bme.hu" "http://wiki.math.bme.hu" mindenb?l következik)
- d) $[(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \wedge (p \vee q)] \Rightarrow r$ (az esetszétválasztás szabálya)

2. Igazoljuk igazságtáblázattal, hogy alább a két oldalán álló kifejezés mindig ugyanolyan igazságérték?!

- a) $\neg(p \Rightarrow q) \equiv [(\neg q) \Rightarrow (\neg p)]$ (a kontrapozíció szabálya)
- b) $(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p) \vee q$ (a "http://wiki.math.bme.hu" "http://wiki.math.bme.hu" jellemzése "http://wiki.math.bme.hu" "http://wiki.math.bme.hu" és "http://wiki.math.bme.hu" "http://wiki.math.bme.hu" mel)
- c) $\neg(p \vee q) \equiv (\neg p) \wedge (\neg q), \quad \neg(p \wedge q) \equiv (\neg p) \vee (\neg q)$
(De-Morgan-szabályok)
- d) $(p \vee q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \vee (q \wedge r), \quad (p \wedge q) \vee r \equiv (p \vee r) \wedge (q \vee r)$
(disztributív szabályok)

Halmazok

3. Tudva hogy:

$$A \cup B =_{\text{def}} \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

$$A \cap B =_{\text{def}} \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow_{\text{def}} \text{minden } x\text{-re } x \in A \Rightarrow x \in B$$

$$A = B \Leftrightarrow_{\text{def}} A \subseteq B \wedge B \subseteq A$$

igazoljuk, hogy

- a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- b) $A \cap (B \cup A) = A$
- c) $A \cup (B \cap A) = A$

Halmazok Boole-algebrája

4. Felhasználva, hogy

$$\begin{aligned} A \setminus B &=_{\text{def}} \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} \\ \overline{A}|_H &=_{\text{def}} \{x \in H \mid x \notin A\} \quad \text{illetve} \\ A \setminus B &= A \cap \overline{B} \end{aligned}$$

igazolja, hogy minden A, B, C halmazra

$$\begin{aligned} \text{a) } & A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C) \\ \text{b) } & A \setminus (A \setminus B) = B \setminus (B \setminus A) \\ \text{c) } & (A \cap B) \setminus (A \setminus C) = A \cap B \cap C \end{aligned}$$

Egyéb

5. Legyen A, B és C tetszőleges halmaz, továbbá legyen

$$\begin{aligned} K &= (A \setminus (B \setminus C)) \setminus C \quad \text{és} \\ L &= (A \setminus B) \cup (A \cap C) \end{aligned}$$

Vizsgáljuk meg, hogy melyik tartalmazás áll fenn!

1. $K \subseteq L$
2. $K \supseteq L$

6. Mely X halmazokra teljesülnek az alábbi egyenletek, ha A és B tetszőleges halmazok?

$$\begin{aligned} \text{a) } & A \setminus X = X \setminus A \\ \text{b) } & (A \setminus X) \cup B = X \end{aligned}$$

Haladó szintre hozó 2. téma