*Ez az szócikk a Haladó szintre hozó szócikk alszócikke.*

# Kvantorok

**1.** Legyen ($a_n$) valós számsorozat, **N** természetes számok halmaza, [0, ) a nemnegatív számoké. Igazak-e az alábbi következtetések?

a)
$$(\forall K \in [0,\infty))(\forall n \in \mathbf{N})(\ |a_n| \leq K\ ) \quad \Rightarrow \quad (\forall n \in \mathbf{N})(\forall K \in [0,\infty))(\ |a_n| \leq K\ )$$
b)
$$(\exists K \in [0,\infty))(\forall n \in \mathbf{N})(\ |a_n| \leq K\ ) \quad \Rightarrow \quad (\forall n \in \mathbf{N})(\exists K \in [0,\infty))(\ |a_n| \leq K\ )$$
c)
$$(\forall K \in [0,\infty))(\exists n \in \mathbf{N})(\ |a_n| \leq K\ ) \quad \Rightarrow \quad (\exists n \in \mathbf{N})(\forall K \in [0,\infty))(\ |a_n| \leq K\ )$$
d)
$$(\exists K \in [0,\infty))(\exists n \in \mathbf{N})(\ |a_n| \leq K\ ) \quad \Rightarrow \quad (\exists n \in \mathbf{N})(\exists K \in [0,\infty))(\ |a_n| \leq K\ )$$

**2.** Formalizáljuk az alábbi kifejezéseket és írjuk föl a negációjukat (tagadásukat).

a) Minden tanyán van banya, aki tunya.
b) Van olyan tanya, ahol van tunya banya.
c) Ha minden tanyán van tunya banya, akkor van olyan banya, aki minden tanyán tunya.
d) Mindenki szeret valakit.
e) Mindenkit szeret valaki.
f) Valakit mindenki szeret.
g) Minden delegátus elhozta feleségét, vagy nem hozta el és jól érezte magát.

# Vegyes

**3.** Legyen az üres halmaz (a halmaz, aminek egyetlen eleme sincs) és legyen A és B tetsz?leges halmazok. Igazak-e az alábbiak és ha igen, igazoljuk, ha nem cáfoljuk.

Használjuk fel, hogy

$H \subseteq K$ definíciója: $(\forall x)(x \in H \Rightarrow x \in K)$

továbbá, hogy a *H* halmaz *P(H)* hatványhalmaza:

$$\mathcal{P}(H) = \{X \mid X \subseteq H\}$$

a) $\emptyset \subseteq A$
b) $A \cap B = A,$ akkor és csak akkor, ha $A \subseteq B$
c) $A \cap B = A,$ akkor és csak akkor, ha $B \subseteq A$
d) $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$
e) $\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$

# Természetes számok

**4.** Mely *p* prímszámra lesz *p* + 2 és *p* + 8 is prímszám?

**5.** Igazoljuk **teljes indukcióval,** hogy minden *n* természetes számra:

a) $5^n - 2^n$ osztható 3-mal
b) $11^n - 1$ osztható 10-zel

**6.** Igazoljuk **teljes indukcióval,** hogy minden *n* természetes számra:

a) $2^n > n$
b) ha n>0, akkor $3^n > 2^n + n$

1. téma  3. téma