

Tartalomjegyzék

- 1 Octave
 - ◆ 1.1 Alapvet? m?veletek és függvények
 - ◆ 1.2 Mátrixok
 - ◆ 1.3 Változók
 - ◆ 1.4 Függvények
- 2 Sage
 - ◆ 2.1 Alapvet? m?veletek
 - ◆ 2.2 Változók
 - ◆ 2.3 Egyenlet megoldás
 - ◆ 2.4 Deriválás, integrálás
 - ◆ 2.5 Függvény rajzolás
 - ◆ 2.6 Listák
 - ◆ 2.7 Listaértelmezés
- 3 Wolfram Mathematica
 - ◆ 3.1 Listák
 - ◆ 3.2 Függvények hattatása
 - ◆ 3.3 Függvények megadása

Octave

Alapvet? m?veletek és függvények

```
2-3
2*3
2/3
floor(2/3)
mod(2,3)
2^3
sqrt(2)
log(2)
exp(1)
pi
cos(pi/2)
```

Octave-ban egy szám mindaddig valós (lebeg?pontosan ábrázolva), amíg komplexnek nem bizonyul:

```
sqrt(2)
sqrt(-2)
```

Mátrixok

Sorvektor:

```
[1, 2, 3, 4]
[1 2 3 4]
```

Oszlopvektor:

[1;2;3;4]

Mátrix:

[1 2; 3 4]
[1, 2; 3, 4]

Speciális mátrixok:

- zeros: csupa 0
- ones: csupa 1
- eye: diagonálisban 1, máshol 0
- diag: négyzetes diagonális mátrix, megadott főátlóval

zeros(2,3)
eye(2,3)
ones(3,1)
diag([1,2,3,4])

Tartományokat adhatunk meg gyorsan, pl, 1, 2, 3, 4, 5:

1:5

Vagy más lépésközzel (akár negatívval), pl 1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2:

1:0.2:2

Ezeket lehet használni mátrixok létrehozásakor, pl:

diag(1:4)

Vehetjük mátrixok transzponáltját:

[1 2; 3 4]'

összegét:

eye(2,2)+ones(2,2)

szorzatát:

[1 2; 3 4]*[1 2; 3 4]

hatványát:

[1 2; 3 4]^2

Ezek a műveletek mátrixokon hatnak. De végezhetjük a műveleteket tagonként is:

[1 2; 3 4].^2

A legtöbb művelet elé, ha pontot rakunk akkor tagonként hat.

Lekérhetünk és módosíthatjuk egy adott mátrix valamelyik elemét:

M = [1 2; 5 4]

Mátrixok

$M(2,1) = 3$

Ez így a második sor első elemét módosítja.

Változók

Változókból tárolhatunk adatokat, például:

$a = 5$

de akár mátrixokat is tárolhatunk:

$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

Változók értéke felülírható, és változók használhatók értékadásnál is, például:

$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$

$a = 4$

$M = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 4 & a \end{bmatrix}$

Függvények

Függvényt írhatunk Octave-ban:

```
function fx = f(x)
    fx=1/(x^2+1);
endfunction
```

Majd így hívhatjuk meg:

$f(3)$

ennek az eredménye például 0.1 lesz.

Sage

Alapvető műveletek

```
2 + 5
4 * 2
6 - 1
4 / 3
4 ^ 2
```

Ne felejtsük el, hogy a $4/3$ eredménye nem 1.3333 lesz, hanem $4/3$, a Sage meghagyja szimbolikusan az eredményt az Octave-al ellentétben.

Változók

Változók hasonlóan működnek, mint Octave-ban:

```
a = 4
b = a * 4
a = 3
```

Ezt lefuttatva a értéke 3 lesz, míg b értéke 16.

Egyenlet megoldás

Egyenletet oldhatunk meg a `solve(fv, változó)` függvénnyel:

```
x = var('x')
solve(x^2 + 2*x - 1 == 0, x)
```

Figyeljük meg, hogy dupla egyenlőségjel van az egyenletben. A sima 1 egyenlőségjel az értékadást jelöli, míg a 2 egyenlőségjel az összehasonlítást. Valamint ne felejtjük el, hogy a szimbolikus változók csak akkor szimbolikusak Sage-ben, ha annak definiáljuk őket.

Függvényt is menthetünk változóba:

```
fv = 2 * x + 3
solve(fv == 4, x)
```

Megoldhatunk egyenletet numerikusan is (ha szimbolikusan nem megoldható):

```
find_root(abs(sin(x))^cos(x) == log(x), -10, 10)
```

Ekkor az utolsó két paraméter egy intervallumot határoz meg, amin belül keresi a megoldást.

Deriválás, integrálás

A `diff` paranccsal deriválhatunk egy függvényt:

```
diff(x^2 * sin(x), x)
```

Míg az `integrate`-el integrálhatunk:

```
integrate(x^2 * sin(x), x)
```

Függvény rajzolás

Függvényeket kirajzolhatunk a `plot` paranccsal:

```
plot(x^2 * sin(x), 0, 10)
```

Itt az utolsó két paraméter az intervallum ahol kirajzolja a grafikont (x koordináta).

Kirajzolhatunk több függvényt is, ha változóba mentjük őket, majd a `show`-val közösen mutatjuk őket:

```
p1 = plot(x^2 * sin(x), 0, 10)
p2 = plot(x^2 * cos(x), 0, 10)
show(p1 + p2)
```

Figyeljük meg, hogy össze kellett adni a két függvény rajzot, így tudtuk egybe kirajzolni.

Listák

Listákat máshogy kell készítenünk, mint Octave-ban:

```
simaLista = [2, 3, 6]
tobbSzintu = [[2, 3], [4, 7]]
felsorolas = range(1, 10) # [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
```

Listaértelmezés

Ezt a részét vizsgáltuk a legrészletesebben a Sage-nek:

```
[kifejezés for elem in bejárható_objektum]
```

Egy olyan listát hoz létre melyben a *kifejezés* szerepel a *bejárható_objektum* minden elemére. Bejárható objektum például egy lista, az is amit a *range* függvény hoz létre.

```
[kifejezés for elem in bejárható_objektum if feltétel]
```

Mint az el?z?, de csak azok az elemek lesznek benne melyekre teljesül a *feltétel*.

```
[kifejezés for elem1 in bejárható_objektum1 if feltétel1
 for elem2 in bejárható_objektum2 if feltétel2
 for elemN in bejárható_objektumN if feltételN]
```

Több feltétel és ciklus is írható akár.

Például az összes prím pár, melyeknek az egészszosztottjuk is prím: [(n, m) for n in range(1, 100) for m in range(1, 100) if is_prime(n) and is_prime(m) and is_prime(n // m)]

Wolfram Mathematica

Listák

Listákat kapcsos zárójellel adunk meg

```
{1, 2, 3, 4}
```

Mátrixokat listák listájaként:

```
{{1, 2}, {3, 4}}
```

De listában bármi lehet:

```
{1, x, {E, Pi}, Function[x, x^x]}
```

Hasznos parancsok

- Range

```
In[1]:= Range[5]
Out[1]= {1, 2, 3, 4, 5}
```

Függvény rajzolás

```
In[2]:= Range[2,6]
Out[2]= {2,3,4,5,6}
```

```
In[3]:= Range[2, 5, 0.5]
Out[3]= {2., 2.5, 3., 3.5, 4., 4.5, 5.}
```

- **Table**

Range-hez hasonlóan

```
In[1]:= Table[i, {i, 1, 5}]
Out[1]= {1, 2, 3, 4, 5}
```

A Table hasába bármilyen kifejezést írhatunk

```
In[1]:= Table[x^i, {i, 1, 5}]
Out[1]= {x, x^2, x^3, x^4, x^5}
```

Az elemek explicit felsorolásával

```
In[1]:= Table[f'[x], {f, {Sin, Cos, Log}}]
Out[1]= {Cos[x], -Sin[x], 1/x}
```

Több dimenziós Table, például szorzótábla 1-től 10-ig:

```
Table[i * j, {i, 1, 10}, {j, 1, 10}]
```

Függvények hattatása

- A függvényhívás jele a **szögletes zárójel!** Sin[x]
- Postfix jelöléssel: x//Sin. Azt mondhatjuk: *x-re hattatom a szinuszt*
- Prefix jelöléssel: Sin@x. Más szóval: *a szinusz hat x-en*
- A dupla hattatás argumentumául veszi a lista elemeit:

```
f @@ {x, y, z} === f[x, y, z]
```

Más mint az alábbi:

```
f @ {x, y, z}
```

ami

```
f[{x, y, z}]
```

Például vegyük a Sin függvényt, ekkor az alábbiak megegyeznek:

```
Sin[Pi]
Pi // Sin
Sin @ Pi
Sin @@ {Pi}
```

Az összeadásra:

```
x+y
Plus[x, y]
Plus @@ {x, y}
```

Listák

```
{x,y} // Total  
Total[{x,y}]
```

Listára elemenként hattathatunk függvényt a Map függvénnyel vagy a /@ szimbólummal.

```
f/@{x,y,z} === {f[x],f[y],f[z]}
```

Példák

```
Table[Cos[x], {x,0,Pi,Pi/6}]  
Cos /@ Table[x, {x,0,Pi,Pi/6}]  
Cos /@ Range[0,Pi,Pi/6]  
Cos[Range[0,Pi,Pi/6]]
```

Függvények megadása

Az alábbiakban ugyanazt a függvényt definiálok:

```
f[x_] := Sin[x]  
f = Sin[#]&  
f = Sin  
f = Function[x,Sin[x]]
```

Ezek bármelyikével a következ? eredményt kapom

```
In[1]:= f'[x]  
Out[1]= Cos[x]
```