

Előző gyakorlat - Fel - Következő gyakorlat

## Tartalomjegyzék

- 1 A program használata
  - ◆ 1.1 Az intézeti sage szerver
  - ◆ 1.2 Publikus
  - ◆ 1.3 Otthonról
  - ◆ 1.4 parancssorból
  - ◆ 1.5 Help
- 2 Feladatok
  - ◆ 2.1 Kiegészítés és help
- 3 Sage notebook
  - ◆ 3.1 Első próbálkozások
  - ◆ 3.2 Szimbolikus változók
  - ◆ 3.3 Függvények
- 4 Feladatok
  - ◆ 4.1 Változók használata
  - ◆ 4.2 Szimbolikus számítások
  - ◆ 4.3 Beépített Sage függvények, metódusok
  - ◆ 4.4 Rajzolás a Sage segítségével (plot)

## A program használata

### Az intézeti sage szerver

<https://sage.math.bme.hu/>

Fogadjuk el a tanúsítványt, annak ellenére is, hogy a böngésző nem tanácsolja!

### Publikus

CoCalc

### Otthonról

Telepíthetjük a saját gépünkre: <http://www.sagemath.org/download.html>

### parancssorból

A `leibniz`-en írjuk be parancssorba, hogy `sage`, ekkor megnyílik a sage interactive shell.

Ide már írhatunk be sage parancsokat, például:

```
23^19
```

## Help

online dokumentáció: <https://doc.sagemath.org/html/en/reference/>

## Feladatok

1. Számold ki 2018 négyzetgyökét!
2. Számold ki 2018 negyedik gyökét!
3. Számold ki 2018 hatodik hatványát!
4. Mennyi  $123 \cdot 321$ -nek a 11-es maradéka?

## Kiegészítés és help

A sage okosan ki tudja egészíteni a parancsainkat, próbáljuk meg a következőt:

```
V = Vec[nyomjunk TAB-ot]
```

Ekkor egyrészt kiegészíti Vector-ig, másrészt kiírja a lehetséges parancsokat. Egészítsük ki, hogy a következőt kapjuk:

```
V = VectorSpace(QQ, 3)
```

Ezzel  $V$ -t a racionális test feletti 3 dimenziós vektortérnek definiáltuk.

Írjuk be most, hogy  $V$ . és nyomjunk **TAB**-ot. Felsorolja az összes lehetséges m?veletet, amit  $V$ -n tudunk végezni. Ha a parancs végére egy kérd?jelet teszünk, akkor egy rövid leírást is ad róla, hogy mit csinál. Például:

```
V.basis?
```

Le is futtathatjuk a parancsot:

```
V.basis()
```

## Sage notebook

- Menjünk a sage notebook oldalára: [notebook](#)
- Itt lépünk be a felhasználónevünkkel és a jelszóval amit egy cetlin megkaptatok.
- Jobb fent a **Settings** menüben változtassuk meg a jelszavunkat.
- Ha újra bejelentkeztünk akkor bal fent a **New Worksheet** linkkel tudunk új munkamenetet indítani.
- Ezt el is kell neveznünk, legyen mondjuk **Gyak10**

## Els? próbálkozások

- A cellákba írhatunk sage parancsokat, akár többet is. Próbáljuk is ki:

```
A = Matrix([[1, 1], [1, 0]])
B = Matrix([[-2, 0], [-1, 1]])
```

- **SHIFT + ENTER**-el tudjuk lefuttatni a parancsokat. Ekkor sorban futnak le egymás után az egy cellában lev? parancsok.

- A cella legutolsó m?velete íródik ki, ha nem csak a legutolsót akarjuk kiírni, akkor használjunk **print**-et.
- Próbáljuk ki, hogy egy új cellába beírjuk, hogy **A** vagy **B** és lefuttatjuk. Majd próbáljuk ki az **A\*B**-t.

## Szimbolikus változók

```
x = var('x')
y = var('y')
x^2 + y^2
```

Egy változó lehet numerikus (konkrét érték) és szimbolikus is.

```
y = 2
x^2 + y^2
```

## Függvények

Ha **x** egy változó, akkor egyszer?en

```
f(x) = x^2
print(f(3))
print(f(y))
```

## Feladatok

### Változók használata

1. Legyen **Y** a születési éved, **M** a születési hónapod, és **D** a születésed napja, ezekhez vedd fel a három változót.
2. Hányszor van meg **D** **Y**-ban? Legyen az érték a **b** változóhoz rendelve.
3. Legyen **r** a születési évednek a hónappal vett maradéka.
4. Mennyi most **b** és **r** különbsége?

### Szimbolikus számítások

1. Igaz-e, hogy egy szám négyzetének gyöke maga a szám?
  1. Használjuk a **bool** függvényt, ami az igazságértékét meghatározza egy kifejezésnek
  2. valós számokra igaz? Pozitív számokra? (**assume**)
2. Lássuk be, hogy  $(x-y)(x+y) == x^2-y^2$
3. Lássuk be, hogy  $(-1)^{(2n)} == 1$ , de persze csak ha **n** egész!

### Beépített Sage függvények, metódusok

1. Prímszám-e 2011? (használd az *is\_prime()* függvényt)
2. Prímedik napján születél-e a hónapnak? (használd a **D** változót!)
3. Oldd meg a  $D*x^2 + M*x - b*r = 0$  egyenletet a *solve(fv, változó)* függvény segítségével! (Ne felejtsetd el bevezetni az **x**-et szimbolikus változóként!)
4. Numerikusan is oldd meg az egyenletet! Használd a *find\_root(fv == 0, min, max)* függvényt. Egy változós függvény egyetlen változójában keres megoldást.
5. Oldd meg a fenti egyenletet szimbolikusan is (fejezd ki **x**-et **b**, **D**, **M** és **r**-rel)!
6. Deriváld le az  $\sin(x)\cos(x)x^2$  függvényt.
7. Integráld le az előző függvényt.

8. Számold ki a határértékét az  $(1 + 3/n)^{4n}$  függvénynek, ha  $n \rightarrow \infty$  (*limit*, de az  $n$ -nek változónak kell lennie)
9. Legyen  $f$  a következ? függvény:  $f = (x+2*y)^3$
10. Helyettesíts be  $x$  helyére 3-at; utána  $x$  helyére 4-et és  $y$  helyére 2-t. Mennyi az eredmény? ( használd  $f$ -nek a *subs()* függvényét)
11. Bontsd összeggé  $f$ -et! (*expand()*)
12. Az el?bb tanultakat használva, számold ki az 4. tagig a  $\sin(x)\cos(x)x^2$  függvény Taylor-sorát (deriválni / integrálni, ha  $f$  egy függvény úgy is lehet, hogy **f.diff(x)**)

### Rajzolás a Sage segítségével (plot)

1. Rajzolj egy cosinus-görbét 0-tól  $4*\pi$  -ig!
2. Rajzold ki az  $(x-2)^2 + 3$  másodfokú polinomot  $-2 \leq x \leq 4$ -ig, zöld színnel!
3. Rajzold az  $e^x$  mellé (a *show* függvénnyel) az  $x^3 - 3*x + 6$  harmadfokú polinomot pirossal!
4. Rajzoljunk kört: *circle((középpont koordinátái), sugár, egyebek)*. Az ["http://wiki.math.bme.hu/egyebek"](http://wiki.math.bme.hu/egyebek) lehetnek: szín, *aspect\_ratio=True* hogy az  $x$  és  $y$  tengelyek skálázása azonos legyen (különben ellipszist kaphatunk!).

[El?z? gyakorlat](#) - [Fel](#) - [Következ? gyakorlat](#)