

Egy reguláris mátrix inverze olyan mátrix, mellyel A -t jobbról balról beszorozva egység mátrixot kapunk.

Inverz mátrix képlet

Egy invertálható A mátrix esetén az A^{-1} inverz a következőképpen írható fel:

$$A^{-1} = \frac{\text{adj } A}{\det A}$$

itt $\text{adj } A$ az A adjungáltja, a $\det A$ számmal való osztás az A invertálhatósága miatt elvégezhető, hiszen ekkor ez nem nulla.

Bizonyítás. Elég belátni, hogy

$$A \cdot \text{adj}(A) = \det(A) \cdot I,$$

ahol I az egység mátrix. Ha az i -jeles aldetermináns-mátrix értékeit $\pm M_{ji}$ -vel jelöljük (a minormátrix megfelel i -jellel ellátott transzponáltja), akkor a mátrixszorzat szokásos táblázatos ábrázolásában a következő egyenlőséget kell igazolnunk:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} +M_{11} & -M_{21} & +M_{31} & \dots & \pm M_{n1} \\ -M_{12} & +M_{22} & -M_{32} & \dots & \mp M_{n2} \\ +M_{13} & -M_{23} & +M_{33} & \dots & \pm M_{n3} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pm M_{1n} & \mp M_{2n} & \pm M_{3n} & \dots & +M_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \det A & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \det A & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \det A & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \det A \end{bmatrix}$$

Az adjungált pont úgy lett megszerkesztve, hogy pontosan illeszkedjék a determinánsok kifejtési tételéhez (illetve a ferde kifejtési tételhez). Ha az A i -edik $(a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, \dots, a_{in})$ sorát az adjungált i -edik $((-1)^{i+1}M_{i1}, (-1)^{i+2}M_{i2}, (-1)^{i+3}M_{i3}, \dots, (-1)^{i+n}M_{in})$ oszlopával szorzunk, akkor pont azokat az elemeket kell egymással összeszorozni, amely szorzatoknak az összege a kifejtési tételben a determinánst adja. Ezért a szorzat i, i -edik eleme, azaz tetszőleges főátlóbeli elem maga az A determinánsa lesz. A ferde kifejtési tétel szerint a determinánst úgy fejtve ki, hogy egy sort a nem hozzá tartozó aldetermináns-oszloppal szorzunk

be, mindig 0-t kapunk, azaz a főátlón kívül csupa 0 lesz. **QED?**

Sablon:Csonk