

Szerkeszt?:Mozo/Egyéb

Tegyük fel, hogy egy adott területen a levegő szennyezettsége a szennyezettség forrásától való távolság függvénye, mégpedig úgy, hogy ha a távolság legalább 1 km, akkor a szennyezés koncentrációja a forrástól való távolsággal fordítottan arányos, azaz pl. 3 km-re egy olyan gyártól, amely 60 ppm szennyezést bocsát ki, a szennyezés $60/3=20$ ppm. Tegyük fel, hogy két, egymástól 10 km-re levő gyár 60, illetve 240 ppm szennyezést enged a levegőbe. Határozzuk meg, hogy a két gyár közötti szakasz mely pontján lesz a szennyezés minimális (feltéve, hogy mindkét gyártól legalább 1 km-re keressük ezt a pontot, és hogy más szennyezéssel nem kell számolnunk)!

MO. Legyen az A gyártól mért távolság x , ekkor a B-től mért távolság $10-x$, mert 10 km-re vannak egymástól. Az A kibocsátása 60, a B kibocsátása 240. A megadott képlet ($60/3=20$ ppm) alapján ezek a következő szennyezést eredményezik együttesen az A-tól x távolságra:

$$f(x) = \frac{60}{x} + \frac{240}{10-x}$$

A szélsőértéket a derivált nullhelyénél kell keresnünk:

$$f'(x) = -60\frac{1}{x^2} + 240\frac{1}{(10-x)^2}$$

Ekkor

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ -60\frac{1}{x^2} + 240\frac{1}{(10-x)^2} &= 0 \\ 60\frac{1}{x^2} &= 240\frac{1}{(10-x)^2} \\ \frac{1}{x^2} &= 4\frac{1}{(10-x)^2} \\ (10-x)^2 &= 4x^2 \\ 10-x &= \pm 2x \end{aligned}$$

vagy + és akkor

$$\begin{aligned} 10 &= 3x \\ 3,33333... &= x \end{aligned}$$

vagy - és akkor

$$-10 = x$$

De ez utóbbi nem jó megoldás, mert csak a két gyár között kellett a minimumhelyet megmodani, azon kívül nem is értelmesek a képletek ($1/|x|$ -szel kéne számolni.)