

Vita:Gauss-elimináció

Ez így kezdetnek jó? Nyariz 2008. február 1., 23:51 (CET)

Nagyon jó! :) Mondjuk ezt a redukált lépcsős alak meg ilyenek, az lehet, hogy első olvasásra ijeszt. Akármilyen furcsának hangzik, a példánál kéne kezdeni és azt mondani, hogy minden olyan művelet elvégezhető, ami az egyenletrendszerek rendezésénél. Aztán utána össze lehet foglalni a fő lépéseket. (Sztem.) Mozo 2008. február 2., 07:15 (CET)

Megoldottam a példát ilyen táblázatos formában, szerintem ez így elég szemléletes. Ha az így jó akkor majd megírom a másikat is. Amúgy a leírás tényleg egy kicsit ijeszt, de ha valaki első olvasásra nem érti, úgyis megnézi a példát az alapján megérti, és utána a leírást is érteni fogja. De nincs akadálya annak, hogy elrejtjük a példát, ha csak nem akarunk követni valamiféle "http://wiki.math.bme.hu/style guidelines" http://wiki.math.bme.hu-t.:) Nyariz 2008. február 7., 12:08 (CET)

Szép lett, irigylésre méltó :), a táblázatszerkesztésed kapcsán csak nézek, mint tengerimalac az akváriumban :) !

Azért két dolgot kihangsúlyoznék:

- van egy kevésbé szigorú és algoritmikus módja a Gaussolásnak, amikor igyekszünk mindig egész számokat készíteni a táblázatban, az egyenlet együtthatók megoldási módszeréhez hasonlóan. ez ugyanolyan alkalmas a rang és függetlenségvizsgálatokra. A másik, amit Te is csinálsz, az a szigorú algoritmus, amikor kivonod a 2. sorból az első sor a_{21}/a_{11} szorzását. Ez például az úgy nevezett LU felbontásra is alkalmas, ami fontos numerikus módszer (bár nekünk nem kell)(LU decomposition)
- továbbá élesen válasszuk szét a Gauss és a Gauss-Jordan módszert (ahogy Serény is megkülönbözteti), az utóbbiban a főátlót "http://wiki.math.bme.hu/leeggyezzük" http://wiki.math.bme.hu és továbbcsináljuk a felső háromszög lenullázását.

Az egyenletrendszerek megoldásánál ezeken túl biztos szólni kéne a megoldásszám diszkussziójáról. Gondolj bele milyen elegáns lesz amikor a Serény megkérdezi ZH-ben, hogy "http://wiki.math.bme.hu/Van-e megoldása és ha igen hány darab az alábbi egyenletrendszernek?" http://wiki.math.bme.hu Ekkor biztos nem kell majd végigcsinálni az algoritmust, csak a lépcsős alakig és abból következtetni a válasza. Mozo 2008. február 7., 14:02 (CET)

Akkor megoldást írjam át a nem szigorúra? A megoldások számánál meg elég a tilos sorokról meg a szabad paraméterekről beszélni? A gauss-jordanról mit írjak? Annyit, hogy van az is de az nem ez? Nyariz 2008. február 7., 17:06 (CET)

Nyugi, majd kigondolom. Lehet, hogy egy külön szócikk kéne a lineáris egyenletrendszerre? Nem tudom. A nem szigorú az, amikor megengedjük magunknak, hogy egy sort beszorozzunk 3-mal, a másikat meg 4-gyel. A szigorúnál osztani, szorozni nem lehet egy sort, mert akkor a determináns értéke megváltozhat -- persze nemnullából nem lesz nulla determinánsú, így rangon és a megoldhatóságon nem változtat -- csak emberszerűbb lesz. A lényeg, hogy amit írtál az tök jó és most ez a fontos! :) Mozo 2008. február 7., 19:25 (CET)

Szerintem mindenképp kéne egy külön lineáris egyenletrendszer szócikk hasonlóan az angol wikipediához, és onnan lehetne link a Gauss-eliminációra Cramer-szabályra stb. Nyariz 2008. február 7., 21:00 (CET)

Még egy apróság: a mátrixot jelölésére melyik jelölést használjuk? mert én itt a bmatrix-ot, mint az angol wikipedian, a mátrix rangja szócikknél pmatrix van de mondjuk könyvekben gyakran látok vmatrix-ot.

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ szokásos jelölése a $\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ determinánsnak, ezért nem javasolt használni mátrixként.

A másik kettő közül tökmindegy melyiket használd. Én meg aztán pláne nem vagyok következetes, így nálam teljesen keveredik a két jelölés. Az a lényeg, hogy a determinánstól jól elüssön.

A gnuplot kép nagyon szép lett! Mozo 2008. február 8., 21:47 (CET)

Tartalomjegyzék

- 1 Paraméteres egyenletrendszer
 - ♦ 1.1 1.
 - ♦ 1.2 2.
- 2 Paraméteres determináns

Paraméteres egyenletrendszer

1.

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= -2 \\ -y + z &= 1 \\ x + y + az &= b \end{aligned}$$

$$[\mathbf{A}|\mathbf{y}] \sim \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & b \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & a & b+1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a-1 & b \end{bmatrix}$$

megoldható pontosan akkor, ha $a-1=0$ esetén, $b=0$ és $a-1 \neq 0$ esetén b bármilyen. Az első esetben végtelen sok megoldás, a másodikban 1, tehát:

0 megoldás, ha $(a,b) \in \{1\} \times \mathbf{R} \setminus \{0\}$, mert ekkor $0x+0y+0z=b \neq 0$ ellentmondó egyenlet

1 megoldás, ha $(a,b) \in \mathbf{R} \setminus \{1\} \times \mathbf{R}$, mert ekkor $\det A \neq 0$

megoldás, ha $(a,b)=(1,0)$, mert ekkor $\det A = 0$ és nem ellentmondó az alsó egyenlet:

$0x+0y+0z=0$ Mozo 2008. március 10., 10:22 (CET)

2.

$$\begin{aligned} x - y + z &= 0 \\ -3x + 2y - z &= b \\ -2x + y + az &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -1 & b \\ -2 & 1 & a & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & b \\ 0 & -1 & a+2 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & b \\ 0 & 0 & a & -1-b \end{bmatrix}$$

Diszkusszió:

1) Van megoldás pontosan akkor, ha $a \neq 0$ és b bármilyen vagy $a = 0$ és $b = -1$ (ekkor az ehómátrix és a kib?vített mátrix rangja egyenl? (3 ill. 2). 2) Ha van megoldás, akkor ez el?bb említett els? esetben 1 db megoldás van, az utóbb említett esetben végtelen sok. Mozo 2008. március 12., 14:57 (CET)

Paraméteres determináns

Milyen c -re nulla az alábbi determináns értéke?

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & c & c+1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 4 & c^2 \end{vmatrix}$$

a 2. oszlop csupa 1, és a többiben is van sok egyes, tehát érdemes levonni a 2. oszlopot a többiből:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & c-1 & c \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -3 & 1 & 3 & c^2-1 \end{vmatrix}$$

a 2. sorban egy db 1-es lett, fejtsük ki eszerint:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & c-1 & c \\ -2 & 0 & -2 \\ -3 & 3 & c^2-1 \end{vmatrix}$$

ha levonjuk az 1. oszlopot a 3-ból, akkor elt?nik a -2:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & c-1 & c-1 \\ -2 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & c^2+2 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-2) \cdot \begin{vmatrix} c-1 & c-1 \\ 3 & c^2+2 \end{vmatrix} = 2(c-1)(c^2+2) - 6(c-1) = 2(c-1)(c^2+2-3) = 2(c-1)(c^2-1) = 2(c-1)^2(c+1)$$